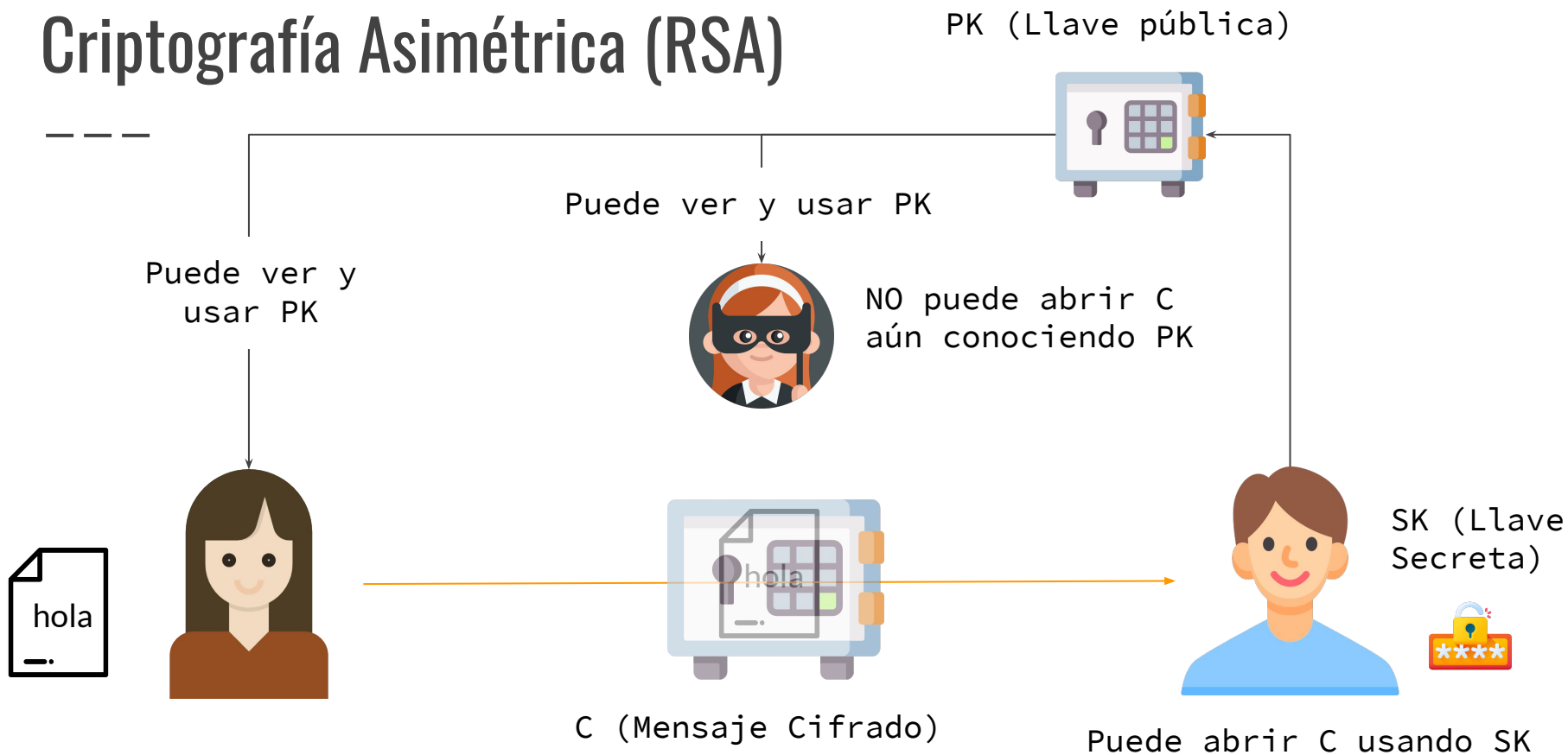


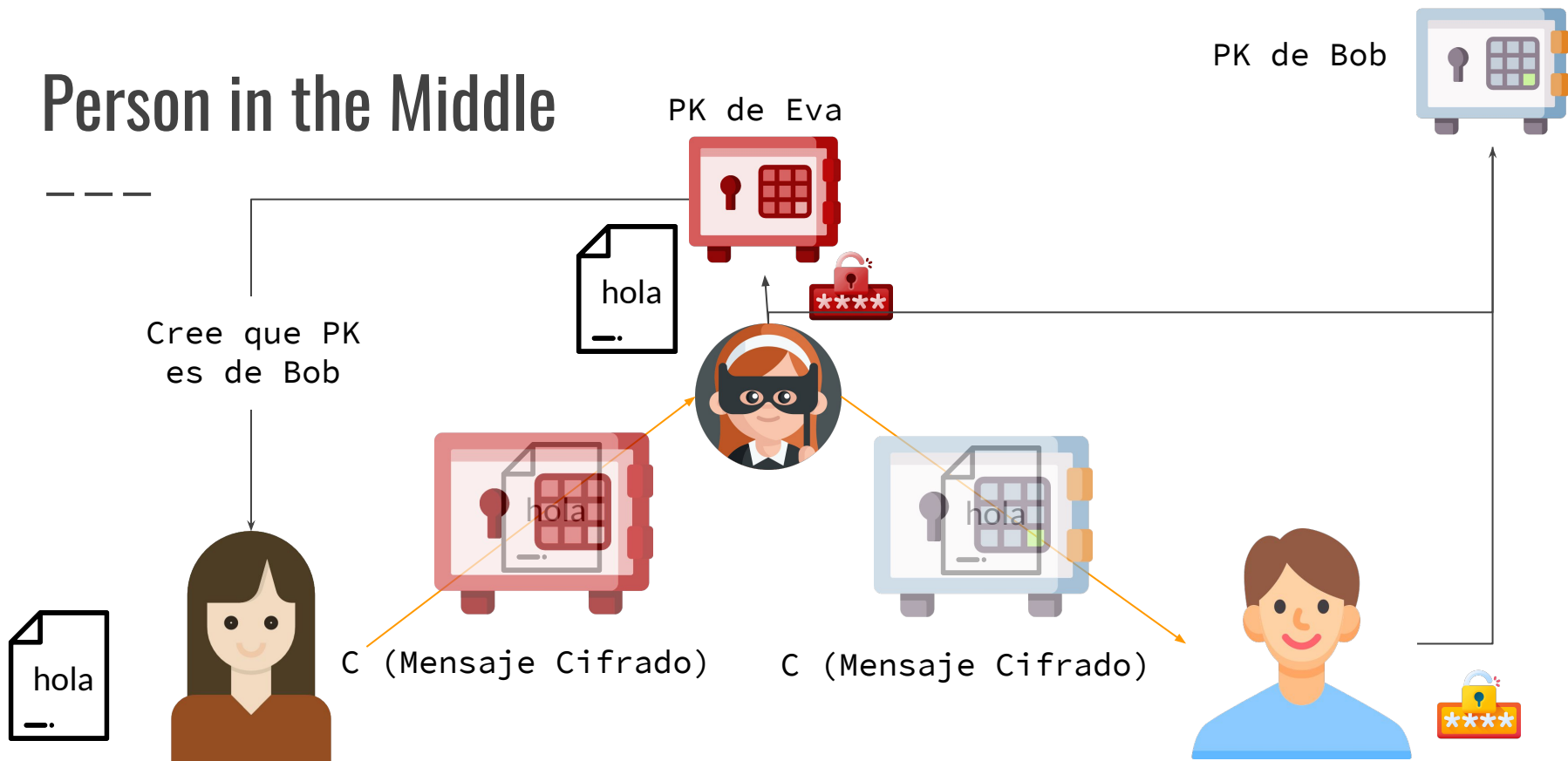
# Criptografía Moderna II: Cripto Asimétrica

CC5325 - Taller de Hacking Competitivo

# Criptografía Asimétrica (RSA)



# Person in the Middle



# Cifrado RSA "de libro"

---

$$c = x^e \pmod n$$

$$x = c^d \pmod n$$

Mensaje ( $x$ ) = Lo que queremos cifrar, codificado a un número.

Módulo ( $n$ ) =  $pq$  ( $p$  y  $q$  primos grandes, **aleatorios** y **secretos**)

Exp. público **e**: Número menor a  $(p-1)(q-1)$ . Gralmente **65537** o **3**

Exp. Secreto **d** =  $1/e \pmod{(p-1)(q-1)}$  (calculable si conoces **p** y **q**)

Llave pública: (**n**, **e**) Llave privada: **d**

# Ejemplo muy básico

---

$$p=7, q=5 \Rightarrow n=35, r=(p-1)(q-1)=24$$

$$e=5 \Rightarrow d=29 \quad (ed=1 \pmod{24})$$

$$\text{cifrado: } x=12 \Rightarrow c=17 \quad (12^5 \pmod{35})$$

$$\text{descifrado: } c^d \pmod{35} = (17^{29} \pmod{35}) = 12$$

# Problemas típicos en cifrado RSA de libro

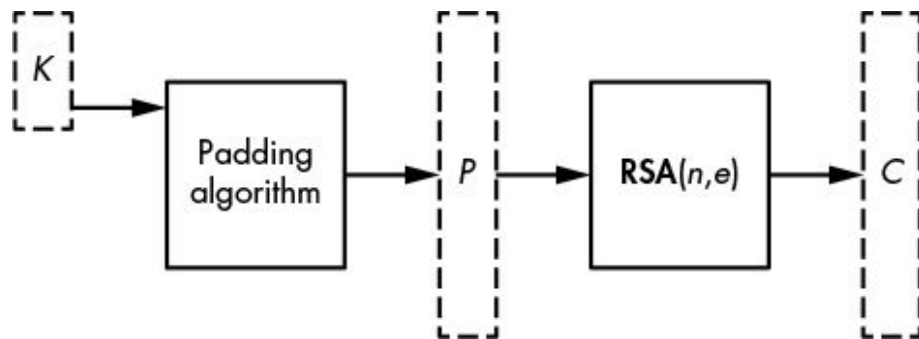
- 
- Si  $x$  y  $e$  son chicos, puedo sacar raíz  $e$ -ésima de  $c$  y obtener  $x$ 
    - Ej: Mismos parámetros que antes, pero mensaje  $m$  es 2
      - $\Rightarrow c=2^5=32$
      - $\Rightarrow$  **puedo obtener  $x$  calculando raíz quinta de 32**
        - (Aplica igual para  $n$  mayores si  $x$  y  $e$  son chicos)
  - **Maleabilidad:** Si recibo 2 mensajes  $x_1$  y  $x_2$  cifrados con  $pk=(n, e)$ , puedo calcular la versión cifrada del mensaje  $x_1*x_2$  sin conocer  $x_1$  ni  $x_2$ 
    - $c_1=x_1^e \bmod n$ ,  $c_2=x_2^e \bmod n \Rightarrow c_1c_2=x_1^e*x_2^e \bmod n=(x_1*x_2)^e \bmod n$ .
  - **Valor de  $c$  es determinista para un  $x$  particular.**

# Padding RSA

---

Arregla algunos problemas del RSA de libro:

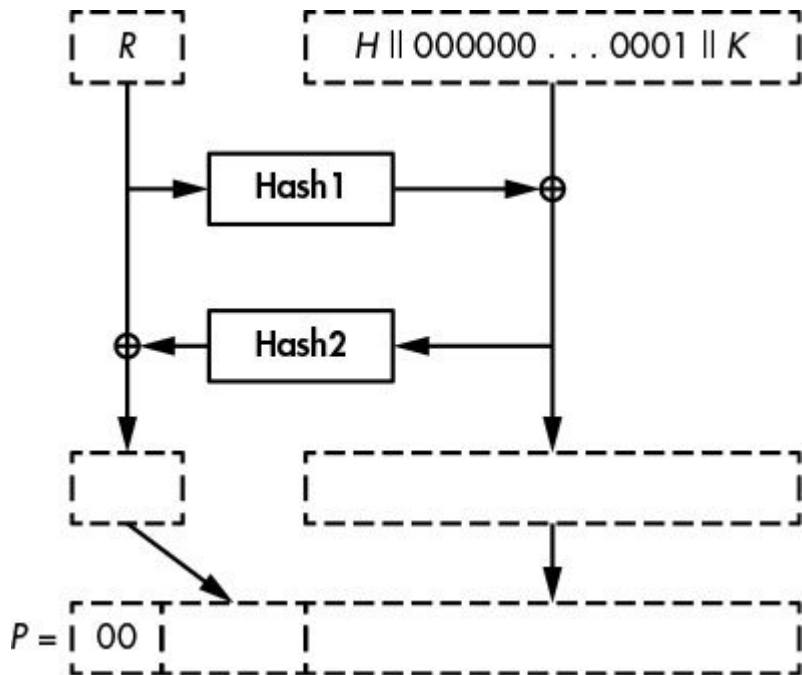
- Agrega aleatoriedad.
- Ahora números siempre son grandes.



# Ejemplo de Padding: OAEP

---

- **H**: Constante estándar de tamaño **h**
- **K**:  $x$
- **M**:  $H || 00..00 || K$
- **R**: Número aleatorio de tamaño **h**
- $H || 00..00 || K$  de tamaño igual al de **n**
- **H1**, **H2**: Funciones de hash
- **P**: valor paddeado y cifrable





# Problemas típicos en cifrado RSA (en general)

---

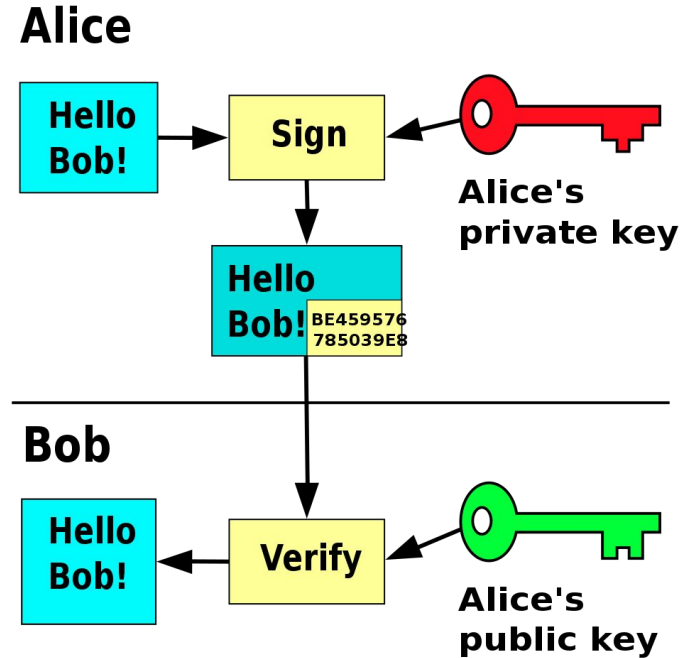
- Si  $n$  es muy chico (menor a 1024 bits), puedo factorizarlo con un computador potente.
  - El número más largo factorizado es **RSA-250 (250 dígitos, 829 bits)**
  - **Requirió 2700 CPU Core-years para ser factorizado**
    - **1 CPU-Segundo = 1 GigaFLOPS (Floating Point Operations per Second)**
  - [RSA Numbers](#)
- Si mi generador de números aleatorios es malo y  $p$  y  $q$  dependen entre sí, puedo usar esta info para factorizar  $n$ . **(Lo veremos en la clase en vivo)**

# Firmas en RSA

---

Podemos usar el mismo esquema criptográfico para generar firmas con la llave pública, validables con la llave privada:

- Calculas el hash  $H$  de un mensaje  $M$  si es muy largo
- La firma  $S$  será  $S = H^d \text{ mod } n$
- Se valida la firma calculando  $H$  a partir del mensaje  $M$ , y verificando que  $S^e \text{ mod } n = H$

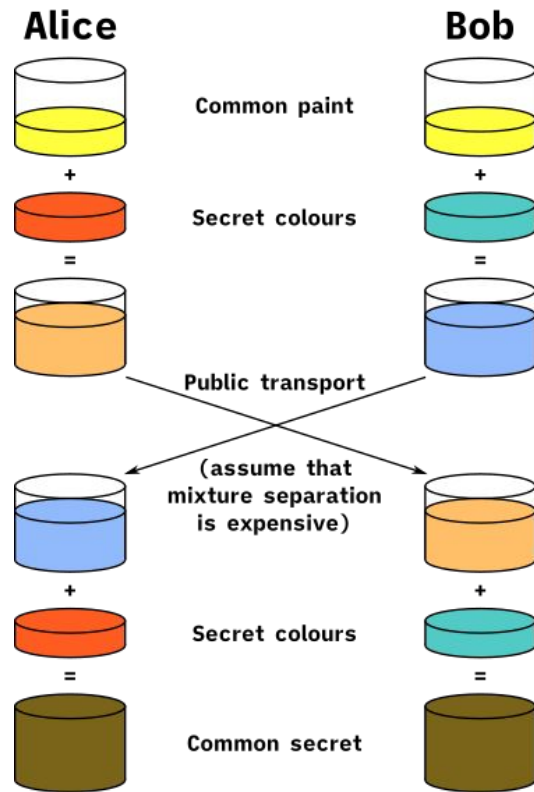
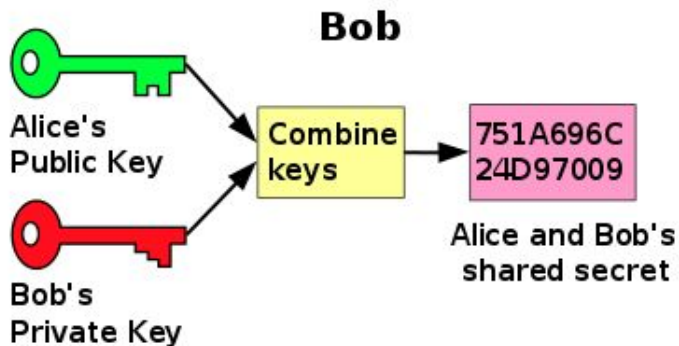
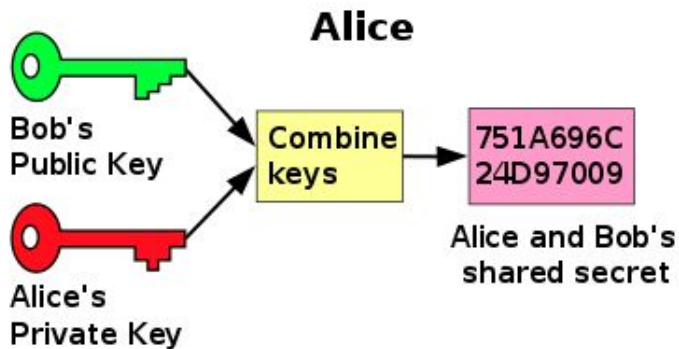


# Ataques a firmas RSA (si no se usa hash)

- 
- **Firmas "triviales":** Si se firma el mensaje  $M$  y no el hash:
    - Si  $M$  es  $0$ ,  $S=0^d \bmod n=0$
    - Si  $M$  es  $1$ ,  $S=1^d \bmod n=1$
    - Si  $M$  es  $(n-1)$ ,  $S=(n-1)^d \bmod n=(n-1)$
  - **Blinding Attack:** Hacer que una persona firme un mensaje que no quiere firmar  $M$ 
    - Encontrar  $R$  tal que  $R^e M$  sea un mensaje que la persona sí firmaría.
    - $S=(R^e M)^d \bmod n = R^{ed} M^d = R M^d$ , por lo que dividiendo por  $R$  obtenemos la firma de  $M^d$ .

Cualquiera puede crear una firma para estos mensajes

# Acuerdo de llaves Diffie-Hellman

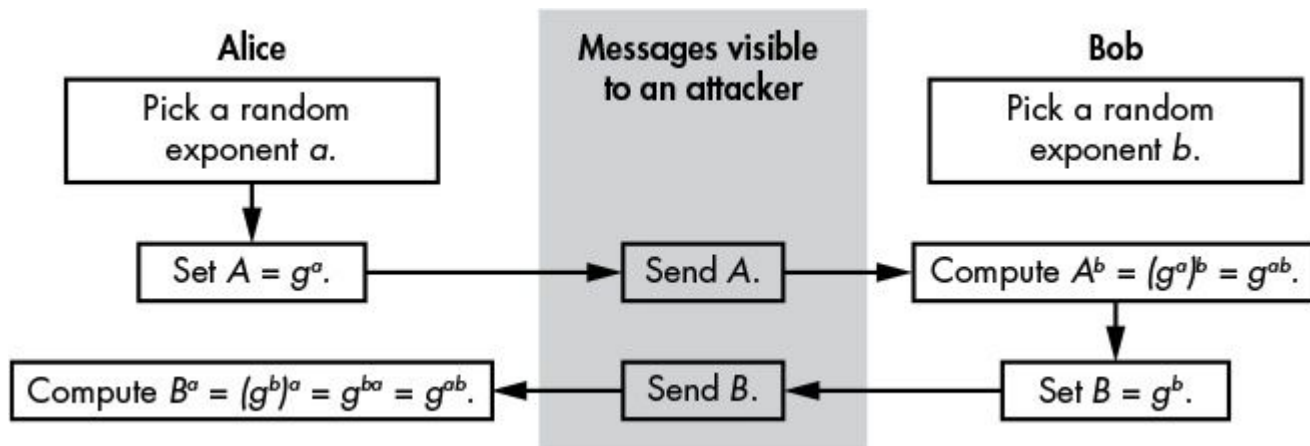


# ¿Y con números?

---

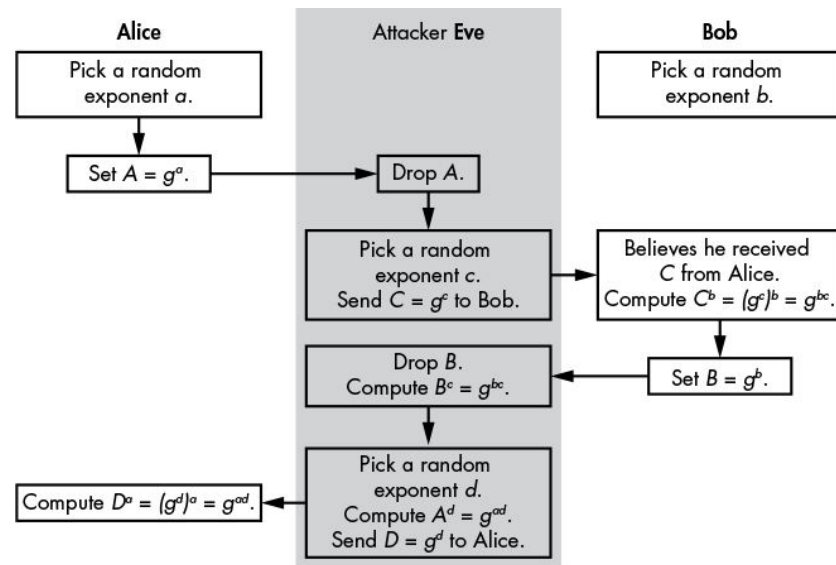
$p$ =primo grande tal que  $(p-1)/2$  también es primo

$g$ =Generador En el grupo multiplicativo  $Z^*_p$   
(Generalmente se usa 2)



# Cosas que pueden salir mal en DH de libro:

- Mala aleatoriedad para  $g^a$ 
  - Hashear el secreto sirve para evitar sesgos del grupo.
- Parámetros de grupo inseguros
  - Si el grupo contiene subgrupos chicos facilita encontrar los valores secretos vía ensayo y error.
- Person in the middle
  - Autenticar con una llave precompartida.



# Conclusiones

---

- CTFs de Criptografía Moderna: Campo MUY amplio
  - Desafíos serios requieren demasiado conocimiento criptográfico de fondo.
- En CTFs chicos y variados los problemas suelen tratar de cosas más simples
  - Protocolos obsoletos y con ataques conocidos, mal implementados, etc.
- Para adentrarse más, recomendamos nuevamente tomar un curso de criptografía introductorio.

